

数学科「数学Ⅱ」授業実践紹介

授業者：福田 裕也

学年：3年 キャリア探求科

単元名：微分法と積分法 微分係数、導関数、接線の3単元

単元のねらい（7つのチカラ：考えるチカラ、行動するチカラ）

接線の傾きと微分係数、極限の関連性について考える。

わかっていないもの（求めていくもの）が何か、どう求めていくかを考える。

単元の流れとパフォーマンス課題

- ① 教科書を利用し、極限値の求め方について学んだ。（1時間）
- ② ワークシートを配布し、パフォーマンス課題に取り組んだ。（1時間）

「2次関数 $y = x^2 + x + 1$ のグラフの点 $(0, 1)$ における接線の方程式を求めよ。」

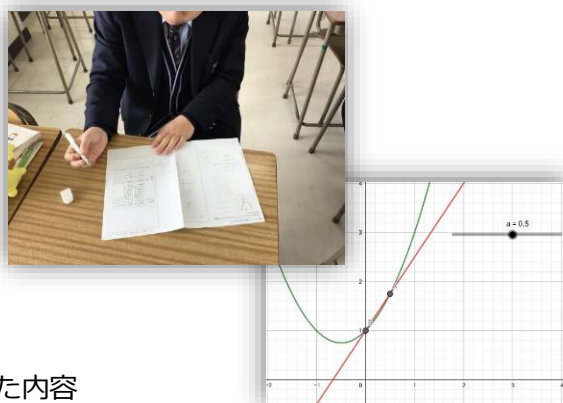
少人数の為、教員込みのグループワークで授業を進行。出てきた意見を黒板に書き、全員で考えた。

実際に図をかき、求めるものが直線の方程式だと確認。また、問題文の条件から y 切片が定まるので、傾きを求められれば接線の方程式が求まることを確認。

その後、1次関数の傾きの定義、傾きを考えるのに使った2点を近づければ接線の傾きが近似できることを確認し、実際に図（GeoGebra）を用いて具体的なイメージをつかんだ。

傾きの極限値を計算し、接線の方程式を求めた。

■：教員が出したヒント、■：生徒が考えて発言した内容



- ③ 教科書を利用し、微分係数、導関数の定義を確認した。微分の公式を利用し、導関数、微分係数の求め方を学んだ。接線の方程式の求め方を学んだ。（2時間）

パフォーマンス課題で自分たちが考えた内容が、微分係数、導関数、接線のポイントだったと知る。

パフォーマンス課題の評価

| | 2 | 1 | 0 |
|----------------|--|---|------------------------------|
| 数学的な 見方・考え方 | 直線の方程式を表すために必要なもの、放物線と直線が接する条件などを理解し、活用して問題が解けた。 | 直線の方程式を表すために必要なもの、放物線と直線が接する条件などを理解し、活用して問題を解こうとした。 | 課題の意味がよくわからず、何をしていたかわからなかった。 |
| 関心・意欲・態度 | 図をかいたり、既習事項を思い出したりして、意欲的に課題を解決できた。 | 図をかいたり、既習事項を思い出したりして、課題に取り組もうとした。 | 課題の意味がよくわからず、何をしていたかわからなかった。 |

パフォーマンス課題のねらい

この課題のねらいは、「習い終わったことを活用してみよう。」ではなく、「これから習うことのポイントに、自分たちで試行錯誤して、気づこう。気づいたこと・考えた過程を表現しよう。」です。

今回求める接線、図はかけます。切片の値も1と求まります。傾きだけがわかりません。この傾きを求めていくのが微分の重要なポイントなのですが、定義の式がとても複雑で理解しにくいのです。なので、少しでも理解しやすくなるよう、図をかき、直感的な理解ができるように今回のパフォーマンス課題を設定しました。教科書を後から習うとき、「ああ、課題で考えたのは、これか。」と思えるようにしました。

また、自分の気づきを相手に表現する、試行錯誤して考えた過程を書き表すことにも取り組みました。

実践の背景

- 本校生徒の「数学」のイメージは、計算の公式を覚えて、がんばって計算して答えを出すというものがほとんどです。事象を数学的に考察する、状況を整理して使う考え方を決める、結果を求めるまでの道筋を考えるのを、苦手に行っている生徒が多いです。
- この単元では、最終的には微分の公式を覚えて問題を解くようになります。ですが、何で微分と接線の傾きに関係があるのか、何で導関数の $+ \cdot -$ で関数の増加・減少がわかるのか、図との関連、調べたことから更にわかることが、自分でもよくわからないままにとりあえず問題を解く生徒が多い印象です。
- 3年キャリア探求科の数学Ⅱの履修者は4人と少数で授業を実施しているため、教員込みのグループワークのような授業ができ、少しでも上記課題が解決できるのではと考えました。

授業改善のアプローチ

- 生徒の発言を板書して、どこまでわかった、次に何を求めていくという過程を明確にしながらか課題解決を進めました。
- GeoGebra を用いて、平均変化率を考える2点を限りなく近づける様子を直感的にわかるようにしました。
- かなり教員がヒントを出したり、教えようとしてしまっていました。「一緒に解決方法を考える」というスタンスを、次回以降は徹底したいです。

単元を通して身につけてほしいことと生徒の変容

課題の文章を見て、一番初めは「わからない」、「どうすればいいん?」と全然手ができませんでした。「図をかいてみよう」、「あとは、何を求める?」とヒントを出したり、手順を誘導したり、図を示したりすると、「接線なので、直線。y=ax+b と表せる。」、「b=1。傾きだけわからない。」、「2点を寄せていけば・・・。」と、積極的に何がわかったか、どうすれば求まるかを積極的に発言できました。

また、微分を習うことに初めは意欲的ではありませんでした。しかし、曲線に接線（直線）を関連させて細かく分析していくことを、ゲームキャラクターのポリゴンメッシュ表現に近いことを紹介すると、かなり興味をもち、日常で3次関数が使われている場面等を合わせて紹介しました。

今後、増減表をかき、3次関数等の最大値、最小値を求めていきます。微分、導関数の $+ \cdot -$ で関数の増加・減少を判断、グラフをかくなど手順が多いです。わかっていないもの（求めていくもの）が何か、どう求めていくかを考える必要があるため、手順を押さえて問題を解くことを身につけてほしいです。

評価

| | A | B | C |
|-------------------|---|--|---|
| 数学への関心・意欲・態度 | 数量や図形などに関心を持ち、数学的な活動におもしろさや有用性を感じ、課題の解決に活用しようとする。 | 数量や図形などに関心を持ち、数学的な活動におもしろさや有用性を感じている。 | 数量や図形などに関心を持っている。 |
| 数学的な見方や考え方 | 具体的な場面を数学的にとらえ、正しいモデルを一般化して作ることができる。 推論の方法を正しく選択し、結論にいたった道筋を論理的かつ簡潔に説明できる。 | 具体的な場面を数学的にとらえ、正しいモデルを作ることができる。 推論の方法を正しく選択し、それによって結論を導き出すことができる。 | 具体的な場面で数学的な要素を見つけられる。 示された考え方によって結論を導き出せる。 |
| 数学的な技能 | 目的に応じて数学的操作を正しく選択し、ミスなく、効率よく正解を求めることができる。 | 目的に応じて数学的操作を正しく選択し、表現・処理することができる。 | 示された数学的操作によって表現・処理できる。 |
| 数量や図形などについての知識・理解 | 学習した範囲の70%以上の内容について数量や式、図形などについての基礎的な概念や原理を理解し、知識として身につけている。 | 学習した範囲の50%以上の内容について数量や式、図形などについての基礎的な概念や原理を理解し、知識として身につけている。 | 数量や式、図形などについての基礎的な概念や原理を理解している。 |

数学科全体で設定した長期ルーブリックをもとにして評価を行います。

定期考査 70%、授業の取り組みやワークシート等のパフォーマンス課題 30%で点数をつけます。